

# Was ist ein «Elektron»? II

*Johannes Kühl*

## *Zusammenfassung*

Ergänzend zum ersten Teil dieses Aufsatzes<sup>1</sup> wird gezeigt, dass komplexe Zahlen auch bei einfachen stationären Zuständen notwendig sind für die Darstellung der quantenmechanischen Wellenfunktion. Anschliessend werden einige andere Zugänge zur Frage «Was ist ein Elektron?» angedeutet, um dann zu untersuchen, welche «Vorgänge» dem Elektron zugeschrieben werden und wie es sich in den «Zoo» der Elementarteilchen hineinstellt. Dabei zeigt sich das Elektron als ein vermittelndes Element zwischen der Polarität von Licht und Schwere.

## *Summary*

Complementing the first part of this article<sup>1</sup>, it is shown that complex numbers are necessary for the representation of the quantum mechanical wave function even for simple stationary states. Subsequently, some other approaches to the question “What is an electron?” are outlined and then examined which “processes” are attributed to the electron and how it fits into the “zoo” of elementary particles. The electron is shown to be a mediating element between the polarity of light and gravity.

## *1. Einleitung*

Im Zusammenhang der Bemühungen um eine «Goetheanistische Physik» entsteht immer wieder die Frage, wie man mit gedanklichen Vorstellungen («Modellen») der nichtwahrnehmbaren atomaren und subatomaren Welt angemessen umgeht. Sie einfach als «blosse Theorie» abzutun ist offensichtlich zu einfach.

Ein möglicher «quasi-phänomenologischer» Zugang zu dieser Welt ist die Untersuchung, der Phänomene und Gedankengänge, aufgrund derer man zu den jeweiligen Vorstellungen und Begriffen gekommen ist.

---

1 Elemente der Naturwissenschaft 109, 2018.

Dabei zeigt sich einerseits die experimentelle Grundlage, andererseits ein gedankliches «Bedingungsgefüge» der jeweiligen Begriffe – ganz ähnlich, wie man es durch die Variation der Bedingungen eines sinnlichen Phänomens ausarbeiten kann.

Ein weiterer Aspekt wäre ein Blick darauf, wie und wofür die Vorstellungen verwendet werden: Lässt sich aus der Art, wie ein Konzept angewendet wird, etwas lesen, was den Zusammenhang beleuchtet? – Diesen Zugang kann man in Anlehnung an den Weg sehen, den Rudolf Steiner für den Umgang mit dem «Haeckelismus mit all seinem Materialismus» (Steiner 1924a) geschildert hat.

Schliesslich kann man versuchen, das Konzept in einen grösseren Zusammenhang einzuordnen, so dass es daraus eine Bedeutung erhält.

Im ersten Teil dieses Artikels (Kühl 2018) wurde im Wesentlichen der erstgenannte Weg verfolgt, und dabei wurden auch die Schwierigkeiten beschrieben, welche das «Elektron» für ein angemessenes Verständnis bietet. Dazu dienten ein Abriss der Geschichte seiner «Entdeckung» sowie der Versuch einer für Schüler einer 12. Klasse zugänglichen Beschreibung der quantenmechanischen Wellenfunktion und der Schrödingergleichung. Schon da treten die bekannten Probleme auf: Was ist diese Wellenfunktion, was schwingt? Gibt es die Wellen «wirklich»? Was hat die Funktion mit dem Teilchen zu tun, welches wir uns bei dem Wort Elektron vorstellen? Obwohl die «Entdeckung» des Elektrons über hundert Jahre zurückliegt und auch die Quantenphysik fast hundert Jahre alt ist, werden diese Fragen bis heute diskutiert. In diesem zweiten Teil wird in Abschnitt 2 diese Betrachtung ergänzt. In den Abschnitten 4 und 5 sollen der zweite und der dritte der eingangs angedeuteten Wege besprochen werden: Wo und wozu wird die Vorstellung «Elektron» verwendet, wofür steht es, welche «Eigenschaften» und welche Bedeutungen werden ihm zugesprochen? Und: Wie lässt es sich in ein Ganzes einordnen? – Auf dieser Grundlage soll versucht werden, ein Bild dessen zu gewinnen, was da «zur Erscheinung gezwungen» wird.

## 2. *Quantenphysik und komplexe Zahlen*

Eines der Probleme sei hier noch einmal aufgegriffen: Gegen Ende des vorigen Artikels wurde bemerkt, dass für eine zeitabhängige Schrödingergleichung die Wellenfunktion komplex wird, d.h. imaginäre Zahlen ( $i = \sqrt{-1}$ ) enthalten muss. – Eine genauere Überlegung zeigt aber, dass bereits die Wellenfunktion für stationäre, also zeitunabhängige Zustände komplex sein muss. Dafür gibt es eine Reihe von Begründungen (Karam 2020), eine sei hier kurz referiert:

Die im ersten Artikel hergeleiteten Wellenfunktionen für stationäre Zustände eines Elektrons:

$$\psi_n(x) = \sin \frac{n\pi}{L} x$$

haben für jede natürliche Zahl  $n \in \mathbb{N}$  eine feste Wellenlänge  $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ .

Mit der de Broglie-Beziehung (s. (3) im ersten Artikel):  $p = \frac{h}{\lambda}$  bedeutet das auch einen festgelegten Impuls  $p$ . Nach der Unschärferelation (s. (4.1) im vorigen Artikel) beinhaltet aber die genaue Kenntnis des Impulses, dass der Ort vollständig unbekannt ist. – Erinnert man sich daran, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für einen Ort  $x$  das Betragsquadrat der Wellenfunktion ist, so bedeutet das bei der Sinusfunktion einfach:

$$(\psi_n(x))^2 = \sin^2 \frac{n\pi}{L} x$$

Das Quadrat der Sinusfunktion ist jedoch an bestimmten Orten 0, an anderen 1, so dass man sehr wohl etwas über die Aufenthaltswahrscheinlichkeit aussagen könnte – ein Widerspruch zur Unschärferelation. Wählt man dagegen eine komplexe Lösung der Schrödingergleichung:

$$\psi_n(x) = e^{\frac{inx}{L}}$$

so ergibt das Betragsquadrat:

$$(\psi_n(x))^2 = e^{\frac{inx}{L}} * e^{\frac{-inx}{L}} = 1$$

für alle  $x$  und alle  $n$ , man hat also keine Information über den Ort des Teilchens in Übereinstimmung mit der Unschärferelation. Weitere Begründungen finden sich bei *Karam (2020)*<sup>2</sup>.

Zu imaginären oder komplexen Zahlen gibt es nicht ohne Weiteres eine angemessene räumlich-realistische Entsprechung oder Vorstellung. Die komplexe Zahlenebene ist nur eine anschauliche Hilfsvorstellung. Wesentlich interessanter erscheint mir der Zugang, sie projektiv als Bewegung aufzufassen, als gerichtete elliptische Involution (*Locher-Ernst 1949*). Aber die Frage, was diese Darstellung für die Quantenphysik bedeutet, bleibt offen.

---

2 Siehe auch: <https://www.quantamagazine.org/imaginary-numbers-may-be-essential-for-describing-reality-20210303/>, besucht am 20.03.2021.

In jedem Fall hat man damit einen weiteren deutlichen Hinweis darauf, dass weder die einfache Teilchenvorstellung noch eine einfache, realistische Wellenvorstellung die Sache treffen.

### 3. Andere Zugänge

Ein älteres, aber interessantes Bild zeichnet Primas (Primas 1964). Er unterscheidet die Elektronen des Chemikers, diskrete Teilchen, von denjenigen des Physikers, ununterscheidbaren quantenphysikalischen Objekten, und schlägt eine mathematische Beschreibung vor, die diese Kluft überwinden soll.

Einen anderen Weg in dieser Frage geht Peter Gschwind in seinen lezenswerten Artikeln (2007, 2008, 2010, 2022), indem er die Mathematik tiefer untersucht, die für eine zutreffendere Beschreibung der Verhältnisse notwendig ist – insbesondere die Dirac-Gleichung –, und diese projektiv-geometrisch deutet. Dafür hat er zunächst aus menschenkundlichen Gesichtspunkten entwickelt, wie bestimmte mathematische Gebilde, die linearen Komplexe, Qualitäten oder Beziehungen aufweisen, die mit dem menschlichen Ich verwandt sind: Wie das Ich zwischen Vorstellung und Willen vermittelt, so vermitteln die Gebilde der linearen Komplexe zwischen Punkt- und Ebenenraum (s. z.B. Gschwind 2007). Daher bezeichnet Gschwind sie als «Ich-Zahlen». Diese sind nun mögliche Lösungen der Dirac-Gleichung, so dass die naive Teilchenvorstellung durch eine projektiv-geometrische Idee ersetzt werden kann, welche, wie Gschwind ausführt, in gewisser Weise die Trennung zwischen Subjekt (Ich) und Objekt überwindet.

Schliesslich sei hier der Artikel von Friedhelm Dustmann erwähnt (Dustmann 2020). Dustmann geht von Steiners Formulierung «Materie als Phänomen» aus und untersucht ausführlich die Erscheinungen, die zu dem Begriff Elektron führen, um dann eine mathematische Deutung mit dem Konzept «Elektronenfeld» vorzuschlagen, ähnlich, wie er es früher mit dem Begriff «Materiefeld» durchgeführt hat. So heisst es am Ende seines Artikels:

*«Das Konzept des Elektronenfeldes liefert meines Erachtens in allen Kontexten, die mit Elektronen zu tun haben, hinreichende Erklärungen für die beobachteten Phänomene und ist allein deshalb einer reinen Teilchenvorstellung vorzuziehen. [...] Denn die Teilchen sind hypothetische Entitäten, die zu den Phänomenen hinzugedacht werden, während eine ortsabhängige Materiewirkung direkt zu beobachten ist und genau dies macht den Begriff des Materiefeldes aus. [...]*

*Elektronen sind demnach als elementare Anregungen des zugehörigen Feldes aufzufassen.»*

*(Dustmann 2012)*

Bei aller Wertschätzung für die oben angedeuteten Zugänge möchte ich im vorliegenden Zusammenhang in einer anderen Richtung auf die Frage: «Was ist nun ein ‹Elektron›?» eingehen. Aus dem Bisherigen ist offensichtlich, dass es sich nicht um einen gewöhnlichen Gegenstand der Wahrnehmung handelt. Ist es also eine Idee oder ein reiner Begriff? Auch das erscheint nicht zutreffend. Da «teilchenartige Erscheinungen» nur in ausgeklügelten Experimenten möglich werden, folgt Gschwind (*Gschwind* 2010) an dieser Stelle Unger (*Unger* 1967), indem er formuliert: «Teilchen sind ein zur sinnfälligen Erscheinung Gezwungenes eines Nichtsinnenfälligen». Diese Formulierung deutet ein weiteres Mal darauf hin, dass die moderne Physik den Schritt erfordert, die Vorstellungen und das Denken über die Welt zu erweitern (*Passon* 2014, *Passon et. al.* 2019).

#### *4. Welche Vorgänge schreiben wir dem Elektron zu?*

Die Vorgänge, in deren Zusammenhang man zuerst das Elektron-Bild verwendete – und bis heute verwendet – sind der Transport von elektrischer Ladung und die elektrische Ladung von Dingen. Das erste ist ein Vermittlungsvorgang, der zu einem Ausgleich von Zuständen führt, oder anders gesagt zu einer Vernichtung elektrischer Felder. Das zweite ist das Bestehen elektrischer Felder zwischen verschiedenen Objekten, also auch hier eine Art Vermittlung. Auch «elektrischer Strom» wird oft mit einer Elektronenbewegung im Draht erklärt, obwohl bekannt ist, dass der Energietransport nicht durch diese Bewegung zustande kommen kann (*Cantz* 1971, *Backhaus* 1987, vgl. auch *Steiger* 2019).

Historisch folgen als nächste Phänomene, die mit Elektronen erklärt werden, die Kathodenstrahlen, an denen das Elektron «entdeckt» wurde (s. *Kühl* 2018, dort weitere Literatur), sowie später die radioaktive Beta-Strahlung. Nun kann man sich klar machen, dass «Strahlung» fast immer bedeutet, dass man den Zusammenhang von im Raum getrennt auftretenden Erscheinungen durch einen mehr oder weniger mechanisch gedachten Bewegungsvorgang «erklärt». In diesem Sinne ist auch hier das vorgestellte «fliegende Elektron» ein Vermittler zwischen den Erscheinungen an der Kathode und auf dem Schirm oder dem radioaktiven Präparat und dem Zählrohr. Im letzteren Fall kann der Zusammenhang unterschiedlich sein – dann sprechen wir von unterschiedlicher Strahlung, z.B. Alpha- und Gammastrahlung.

Nachdem Rutherford gezeigt hatte, dass die Masse eines Materials im Wesentlichen im positiv geladenen Kern konzentriert ist, gelang es schließlich Niels Bohr, das Spektrum leuchtenden Wasserstoffs mit Hilfe von Elektronenbahnen um diesen Kern zu erklären (Kühl 2013). Allerdings scheiterten die Versuche, dies auch für andere Gase durchzuführen (außer für positiv geladenes Helium ( $\text{He}^+$ )). Man musste die Vorstellungen revidieren und insbesondere die Vorstellung von Elektronenbahnen um den Kern aufgeben, was letztlich zur Entwicklung der Quantenmechanik führte. Dennoch blieben die Zustände des «Elektrons» verknüpft mit der Ausstrahlung des stoffspezifischen Lichtes: Das «Elektron» vermittelt zwischen dem Stoff und dem ausgesendeten Licht. – Das Licht glühender Festkörper oder Flüssigkeiten wird allerdings anders erklärt.

Auch der Magnetismus, die magnetischen Eigenschaften von Stoffen, wird mit der Elektronenvorstellung erklärt, mit dem Drehimpuls der «Teilchen» und dem daraus resultierenden magnetischen Moment. Ähnlich wie beim Licht vermitteln sie mit einer Erscheinung im umgebenden Raum, dem magnetischen Feld, z.B. mit einer möglichen mechanischen Kraft.

Das vielleicht wichtigste Feld, auf welchem die Erklärung mit Elektronen eine entscheidende Rolle spielt, sind die chemischen Bindungen. Von den ersten Überlegungen zu polaren Bindungen durch Joseph John Thomson im Zusammenhang mit der «Entdeckung» des Elektrons über die quantenmechanische Valenzstrukturtheorie von Walter Heitler und Fritz London 1927, die Arbeiten von Linus Pauling bis zur Ligandenfeldtheorie und zur Dichtefunktionaltheorie (Nobelpreis 1998) geht es immer um die Konfiguration der Elektronen im Molekül: Das Elektron ist der Vermittler zwischen den verschiedenen Atomen oder Stoffen. Massgeblich dabei ist, welchen Energiezustand sie bei einer Verbindung eingehen können, so dass Energie (oft Wärme) aufgenommen oder abgegeben wird.

Versucht man, daraus einen Überblick zu gewinnen, so scheint es in der Tat so, dass wir das «Elektron» immer mit einer irgendwie gearteten Vermittlung in Verbindung bringen: bei der Leitung von Strom, bei der Erklärung magnetischer Eigenschaften von Stoffen, bei der Erzeugung von Strahlung im Atommodell und bei der Beziehung zwischen verschiedenen Stoffen durch die chemische Bindung.

### *5. Das Elektron im Vergleich mit anderen Teilchen*

Unter der Bezeichnung «Teilchenzoo» werden die als elementar angesehenen Teilchen gegenwärtig im sog. Standardmodell zusammengefasst – wie fragwürdig die Teilchenvorstellung hier auch sein mag (Passon 2014). Darin gibt es drei Gruppen von Teilchen, die Quarks, die Leptonen und die Austausch- oder Wechselwirkungsteilchen (siehe Abb. 1). Die Quarks sind

einzelnen nicht beobachtbar, sie sind Folgerungen aus den Symmetriebedingungen der Theorie und stellen die elementarerer Komponenten anderer Teilchen dar, wie etwa der Neutronen und Protonen. Die Leptonen erhielten ihren Namen, weil sie wesentlich «kleiner» und leichter sind als etwa Proton und Neutron (mit einer später gefundenen Ausnahme) und weil sie anderen Wechselwirkungen unterliegen. Die Austauschteilchen übertragen nach der Theorie die Wechselwirkungskräfte, wie z.B. das Photon die elektromagnetische Wechselwirkung. Sie unterscheiden sich in einer Reihe von weiteren Eigenschaften von den beiden anderen Gruppen. – Es gibt also diese drei wohlunterschiedenen Gruppen und zusätzlich das Higgs-Boson, auf das hier, ebenso wie auf Entwicklungen, die über das Standardmodell hinausgehen, nicht eingegangen werden kann. Auch der eigentlich interessante Unterschied zwischen sog. Fermionen und Bosonen wird hier nicht betrachtet.

		Drei Generationen der Materie (Fermionen)			Wechselwirkungen (Bosonen)	
		I	II	III		
Masse		$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
Ladung		$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
Spin		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
		<b>u</b> Up	<b>c</b> Charm	<b>t</b> Top	<b>g</b> Gluon	<b>H</b> Higgs
	<b>QUARKS</b>	<b>d</b> Down	<b>s</b> Strange	<b>b</b> Bottom	<b><math>\gamma</math></b> Photon	
		$\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 96 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	0	
		$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		<b>e</b> Elektron	<b><math>\mu</math></b> Muon	<b><math>\tau</math></b> Tau	<b>Z</b> Z-Boson	
	<b>LEPTONEN</b>	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$	
		-1	-1	-1	0	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
		<b><math>\nu_e</math></b> Elektron-Neutrino	<b><math>\nu_\mu</math></b> Muon-Neutrino	<b><math>\nu_\tau</math></b> Tau-Neutrino	<b>W</b> W-Boson	
		$< 1.0 \text{ eV}/c^2$	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$	
		0	0	0	$\pm 1$	
		$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
						<b>EICHBOSONEN</b> VEKTORBOSONEN
						<b>SKALARBOSONEN</b>

Abb. 1: Standardmodell der Elementarteilchenphysik: 6 Quarks, 6 Leptonen (beide Fermionen), 4 Wechselwirkungsteilchen (Bosonen) und das Higgs-Boson.

Nun kann man auf die erstaunliche Tatsache aufmerksam werden, dass nur drei dieser elementaren «Teilchen» stabil sind, also sich nicht nach ei-

ner kürzeren oder längeren Zeit in andere umwandeln: Das Photon, dem die Ruhemasse Null zugeschrieben wird, das Elektron mit einer Masse von  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{kg}$  (das entspricht einer Ruheenergie von 511 keV), und das Proton mit einer Masse von  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$  (ca. 938 MeV, das ist etwa das 1836fache der Elektronenmasse). Damit gibt es jeweils nur einen stabilen Vertreter jeder Gruppe. Allerdings kommt das Proton im Standardmodell nicht vor, da es als zusammengesetzt aus drei Quarks gedacht wird. Dennoch kann man es mit einer gewissen Berechtigung als Vertreter dieser Gruppe ansehen. Die anderen aus Quarks zusammengesetzt gedachten «Teilchen» sind nicht stabil, das Neutron z.B. zerfällt mit einer Halbwertszeit von ca. 15 Minuten.

Das leichteste, gewissermassen als am wenigsten noch materiell zu betrachtende Teilchen, das Photon, wird gedacht als Vermittler elektromagnetischer Kräfte und repräsentiert den Teilchenaspekt der elektromagnetischen Strahlung. Für die vielfältigen Besonderheiten und Schwierigkeiten, die mit dem Begriff «Photon» verknüpft sind, sei auf die Literatur verwiesen, z.B. (*Lamb 1995, Meyn 2013, Passon & Grebe-Ellis 2015*). Für den hier verfolgten Aspekt ist interessant, dass das einzige stabile Teilchen dieser Kategorie (d.h. der Wechselwirkungsteilchen) für die menschlichen Sinne das Licht repräsentiert.

In einem gewissen Gegensatz dazu stehen die Protonen: In den Atomvorstellungen kommen sie vor allem als «Kernbausteine» in Betracht. Zusammen mit den Neutronen bestimmen sie nahezu die gesamte Masse und damit die Schwere eines chemischen Elements. Als «Beitrag» der Neutronen kommen dabei im Wesentlichen nur Masseanteile in Betracht. Die Anzahl der Protonen dagegen bestimmt die Kernladungszahl und hängt damit mit den chemischen Eigenschaften, der stofflichen Beschaffenheit des Elements zusammen.

Gewissermassen zwischen beiden steht das Elektron: Einerseits hat es eine Ruhemasse, die zwar viel kleiner ist als die Massen von Proton und Neutron, aber dennoch als Materieeigenschaft gelten darf. Andererseits hat es keine messbare Ausdehnung und damit nichts Raumerfüllendes – eine Eigenschaft, die es mit dem Photon verbindet. Auch durch diese ihm so zugeschriebenen Eigenschaften steht es so als «Vermittler» zwischen Materie und Strahlung.

In diesem Sinne kann man auch in der heute bekannten Ordnung der sog. Elementarteilchen eine Art Dreigliederung lesen!



## 6. Abschluss

Diese Vermittlungsqualität scheint charakteristisch zu sein für das, was da «zur Erscheinung gezwungen» wird. Es ist wie ein Mittlerelement zwischen Licht (Strahlung) und Materie wie auch zwischen verschiedenen Stoffen.

Das Prinzip von «Polarität und Steigerung», von Goethe in der Farbenlehre entwickelt, durchzieht die Verhältnisse in der anorganischen Welt. In diesem Zusammenhang kann man an ein Symbol denken, welches Rudolf Steiner als einen bis ins 19. Jh. gebräuchlichen rosenkreuzerischen Meditationsinhalt beschrieben hat (Steiner 1924b, Abb. 2). Es handelt sich dabei um ein auseinander gezogenes Sechseck, einen auseinandergezogenen «Salomonischen Schlüssel»:

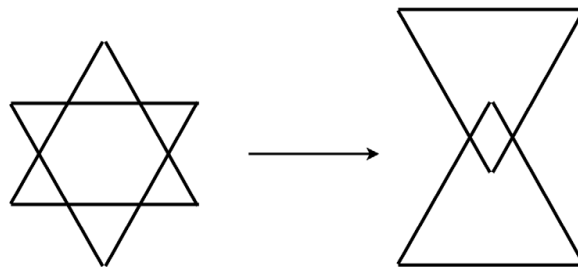


Abb. 2

Dieses Symbol wurde verbunden mit den Worten «Licht strömt aufwärts, Schwere lastet abwärts». Nun kann man dieses Symbol mit dem hier Ausgeführten zusammenbringen: Im Bereich der Elementarteilchen-Modelle zeigen sich diese Ur-Polarität und ihre Vermittlung wie in einer Art Abbild, in welchem das Elektron seinen vermittelnden Ort zwischen Licht und Schwere erhält:

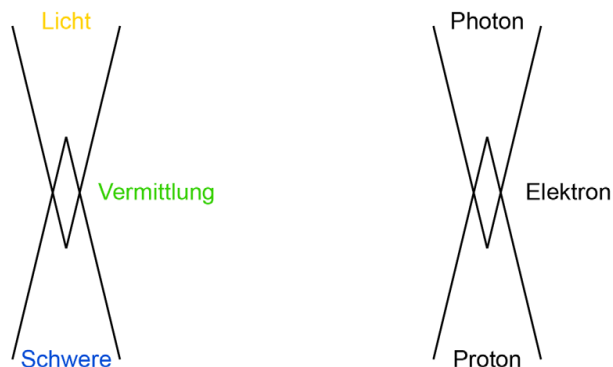


Abb. 3

Denkt man von hier aus wieder an das Prinzip von «Polarität und Steigerung», so fällt auf, dass «Vermittlung» durchaus noch nicht «Steigerung» bedeutet. Was könnte diese im vorliegenden Zusammenhang ausmachen? – Man kann dabei an die gesamte Sinneswelt denken, aber nicht als «aus Bausteinen aufgebaut», vielmehr als entstehend aus Licht und Stoff, aus ätherischen Beziehungen und raumerfüllender Materie oder, in Steiners Terminologie, aus Ätherarten und Elementen. Mit dem Begriff «Elektron» blickt man dann nicht auf «die Steigerung», sondern auf das Element, welches die Polaritäten in Beziehung bringt. Die «Steigerung» wäre dann die Sinneswelt als solche.

### *Literatur*

- Backhaus, U.* (1987): Der Energietransport durch elektrische Ströme und elektromagnetische Felder. *Praxis der Naturwissenschaften/Physik* 36/3, S. 30.
- Cantz, R.* (1971): Das Anschlusskabel. *Elemente d. N.* 14, S. 31–36.
- Dustmann, F.-W.* (2012): Raumerfüllung und Materiefelder. *Math.-Phys. Korr.* 251, S. 3–9.
- Dustmann, F.-W.* (2020): Was sind Elektronen? *Math.-Phys. Korr.* 274, S. 3–32.
- Gschwind, P.* (2007): Das Ich und die Wirklichkeit der Atome. *Elemente d. N.* 86, S. 5–30.
- Gschwind, P.* (2008): Die Ich-Struktur der Materie. *Mathematisch-Astronomische Blätter – neue Folge*, Band 26. Dornach.
- Gschwind, P.* (2010): Was ist ein Teilchen? *Elemente d. N.* 93, S. 5–72.
- Gschwind, P.* (2022): Prozessuale Deutung mathematischer Grundlagen der Quantenmechanik. *Math.-Phys. Korr.* 278, S. 3–48.
- Karam, R.* (2020): Why are complex numbers needed in quantum mechanics? *American Journal of Physics* 88/39, S.39–45. DOI: 10.1119/10.0000258, <https://aapt.scitation.org/toc/ajp/88/1>
- Kühl, J.* (2013): Niels Bohr – Denken an der Grenze. 100 Jahre Bohrloches Atommodell. *Die Drei* 83, Heft 12, S. 17–29.
- Kühl, J.* (2018): Was ist ein «Elektron»? *Elemente d. N.* 109, S. 5–35.
- Lamb, W.E. Jr.* (1994): Anti-photon. *Appl. Phys. B* 60, S. 77–84 (1995).
- Locher-Ernst, L.* (1949): Das Imaginäre in der Geometrie. *Elemente der Mathematik*, Vol. IV/5 und 6. Wiederabgedruckt in: Locher-Ernst, L.: *Geometrische Metamorphosen*. Dornach 1970.
- Meyn, J.-P.* (2013): Zur Geschichte des Photons. *Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule* 62, Heft 1, S. 5–10.

- Passon, O.* (2014): Was sind Elementarteilchen und gibt es «virtuelle Photonen»? In: Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 63/5, S. 44–49.
- Passon, O., Grebe-Ellis, J.* (2015): Was ist eigentlich ein Photon? Praxis der Naturwissenschaften – Physik in der Schule 64, Heft 8, S. 46–48.
- Passon, O., Zügge, T., Grebe-Ellis, J.* (2019): Pitfalls in the teaching of elementary particle physics. Phys. Education. 54 015014. <https://arxiv.org/abs/1811.06230>
- Primas, H.* (1964): Was sind Elektronen? Helvetica Chimica Acta 47, Fasciculus 7, S. 1840–1851.
- Steiger, U.* (2019): Elektrizität und Magnetismus – Versuch einer Differenzierung entlang sinnlicher Beobachtung. Elemente d. N. 110, S. 54–78.
- Steiner, R.* (1924a): Vortrag vom 13. Januar. Dornach 1980, GA 233a.
- Steiner, R.* (1924b): Vortrag vom 12. Januar. Dornach 1980, GA 233a.
- Unger, G.* (1967): Vom Bilden physikalischer Begriffe III. Stuttgart.

*Johannes Kühl*  
*Naturwissenschaftliche Sektion am Goetheanum*  
*Hügelweg 59*  
*CH – 4143 Dornach*  
*johannes.kuehl@goetheanum.ch*